

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления»,

«Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического

анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений,

содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его

для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса

«Алгебра и начала математического анализа».

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится 272 часа: в 10 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 11 классе – 136 часов (4 часа в неделю).

10 КЛАСС

**Числа и вычисления**

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства.

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число е. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера– Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название раздела (темы) | Количество часов | Основное содержание | Основные виды деятельности обучающихся |
| Множество действительных чисел. Многочлены.  Рациональные уравнения и неравенства.  Системы линейных уравнений | 24 | Множество, операции  над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера – Венна.  Применение теоретико- множественного аппарата для решения задач.  Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты,  бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач.  Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами.  Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений. | Использовать теоретико- множественный аппарат для описания хода решения  математических задач, а также реальных процессов и явлений. Оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное и действительное число; модуль действительного числа; использовать эти понятия при проведении рассуждений  и доказательств, применять дроби и проценты для решения  прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. Использовать приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений  и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми  коэффициентами. Теорема Виета*.* Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений | Применять различные методы решения рациональных и дробно- рациональных уравнений; а также метод интервалов для решения неравенств.  Оперировать понятиями многочлен от одной переменной, его корни; применять деление многочлена  на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач.  Оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы.  Использовать свойства определителя 2 × 2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений.  Моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функции и графики. Степенная функция с целым показателем | 12 | Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции.  Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства.  Чётные и нечётные функции. Периодические функции.  Промежутки монотонности  функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.  Линейная, квадратичная и дробно- линейная функции. Элементарное исследование и построение графиков этих функций.  Степень с целым показателем. Бином Ньютона.  Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график | Оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства; линейная, квадратичная, дробно- линейная и степенная функции.  Выполнять элементарные преобразования графиков функций. Знать и уметь доказывать чётность или нечётность функции, периодичность функции, находить промежутки монотонности  функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.  Формулировать и иллюстрировать графически свойства линейной,  квадратичной, дробно-линейной и степенной функций.  Выражать формулами зависимости между величинами.  Знать определение и свойства степени с целым показателем; |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | подходящую форму записи действитель-ных чисел для решения практических задач и представления данных |
| Арифметический корень  *n*-ой степени. Иррациональные уравнения | 15 | Арифметический корень натуральной степени и его свойства.  Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.  Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений. Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений.  Свойства и график корня *n*-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем | Формулировать, записывать в символической форме  и использовать свойства корня  *n*-ой степени для преобразования выражений.  Находить решения иррациональных уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней.  Строить график функции корня  *n*-ой степени как обратной  для функции степени с натуральным показателем |
| Показательная функция. Показательные уравнения | 10 | Степень с рациональным показателем и её свойства.  Показательная функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений.  Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений | Формулировать определение степени с рациональным  показателем.  Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным  показателем.  Использовать цифровые ресурсы |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | для построения графика  показательной функции и изучения её свойств.  Находить решения показательных уравнений |
| Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения | 18 | Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы.  Логарифмическая функция, её свойства и график.  Использование графика функции для решения уравнений.  Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений. Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений | Давать определение логарифма  числа; десятичного и натурального логарифма.  Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений.  Строить график логарифмической функции как обратной  к показательной и использовать свойства логарифмической функции для решения задач.  Находить решения логарифмических уравнений  с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней |
| Тригонометрические выражения и уравнения | 22 | Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Арксинус,  арккосинус и арктангенс числового аргумента.  Тригонометрическая окружность, | Давать определения синуса,  косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента; а также арксинуса, арккосинуса и  арктангенса числа. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | определение тригонометрических функций числового аргумента.  Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений | Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений.  Применять формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических уравнений |
| Последовательности и прогрессии | 10 | Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История анализа бесконечно малых.  Арифметическая и геометрическая прогрессии.  Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.  Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.  Линейный и экспоненциальный рост. Число *е*.  Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера | Оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей; монотонные и ограниченные последовательности; исследовать последовательности на монотонность и ограниченность.  Получать представление об основных идеях анализа бесконечно малых.  Давать определение  арифметической и геометрической прогрессии. Доказывать свойства арифметической и геометрической прогрессии, находить сумму членов прогрессии, а также сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Использовать прогрессии  для решения задач прикладного характер.  Применять формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики |
| Непрерывные функции. Производная | 20 | Непрерывные функции и их свойства. Точка разрыва.  Асимптоты графиков функций*.* Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств.  Применение свойств непрерывных функций для решения задач.  Первая и вторая производные функции. Определение,  геометрический и физический смысл производной. Уравнение  касательной к графику функции. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и  композиции функций | Оперировать понятиями: функция непрерывная на отрезке, точка разрыва функции, асимптота графика функции.  Применять свойства непрерывных функций для решения задач.  Оперировать понятиями: первая и вторая производные функции; понимать физический и геометрический смысл производной; записывать уравнение касательной. Вычислять производные суммы, произведения, частного и сложной функции.  Изучать производные элементарных функций.  Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Повторение, обобщение, систематизация знаний | 5 | Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематизация знаний | Применять основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач  из реальной жизни и других школьных предметов |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | 136 |  |  |